Решение задачи оценивания параметрически неопределенного вектора состояния телекоммуникационной системы

Чуб Е. Г., Погорелов В.А.
(Донской государственный технический университет)
Ткаченко М. В.
(Ростовский – на - Дону научно-исследовательский институт радиосвязи)

2021 г.
Дивноморское

- **Цель работы** – синтез алгоритма совместного оценивания вектора состояния телекоммуникационной системы и идентификации параметров ее вектора состояния в реальном масштабе времени в условиях действия возмущений различной физической природы

Постановка задачи

Уравнение телекоммуникационной системы

$$\dot{Y} = f_1(Y,t) + U(Y,t) + f_0(Y,t)V_t \qquad (1)$$

где Y – фазовая переменная, f_i, $i=\overline{0,1}$ - известные нелинейные функции, удовлетворяющие условию Липшица $\forall Y,t$,

$U(Y,t)$ – неизвестная функция, определяемая физическими свойствами объекта и подлежащая идентификации по показаниям измерителя,

V_t – шум ТС наблюдается с помощью нелинейного наблюдателя вида:

$$Z = h(Y,t) + W_t \qquad (2)$$

где Z – выходной сигнал наблюдателя, $h(Y,t)$ – известная нелинейная функция,

W_t – шум измерений.

Уравнение Стратоновича

$$\frac{\partial \rho_Z}{\partial t} = L\{q, b, \rho_Z\} - \frac{\partial}{\partial Y}\left[U\rho_Z\right] + \left[R - R_0\right]\rho_Z \qquad (3)$$

$$L\{q,b,\rho_Z\} = -\frac{\partial}{\partial Y}\left[q(Y,t)\rho_Z\right] + \frac{1}{2}\frac{\partial^2}{\partial Y^2}\left[b(Y,t)\rho_Z\right] \qquad q(Y,t) = f(Y,t) + \frac{1}{2}\frac{\partial}{\partial Y} f_0^2(Y,t)$$

$$b(Y,t) = f_0^2(Y,t) \qquad R = R(Y,t) = -\frac{1}{2}\left[Z - h(Y,t)\right]^T D_W^{-1}\left[Z - h(Y,t)\right], \qquad R_0 = \int_{-\infty}^{\infty} R(Y,t)\rho_Z(Y,t)\,dY$$

Критерий качества

$$J = -\int_T \int_{Y_*} \rho_z(Y,Z,t)\,dY\,dt + \int_{t_0}^{T} U^2(Y,t)\,dt \qquad (4)$$

Решение задачи оценивания

$$\dot{m}=\sum_{n=0}^{\infty}a_n m_n+\sum_{n=0}^{\infty}u_n m_n+\sum_{n=0}^{\infty}r_n^{*} m_n \qquad (5)$$

$$\dot{m}_j=j\sum_{n=0}^{\infty}a_n m_{n+j-1}+\frac{j(j-1)}{2}\sum_{n=0}^{\infty}b_n m_{n+j-2}+j\sum_{n=0}^{\infty}u_n m_{n+j-1}+\sum_{n=0}^{\infty}r_n m_{n+j}$$

где $a_n=\frac{1}{n!}\frac{\partial^n q(m)}{\partial Y^n}$ $\quad u_n=\frac{1}{n!}\frac{\partial^n U(m)}{\partial Y^n}$ $\quad r_n^{*}=\frac{1}{n!}\frac{\partial^n[(R-R_0)Y](m)}{\partial Y^n}$

$$r_n=\frac{1}{n!}\frac{\partial^n[R-R_0](m)}{\partial Y^n}$$

Распределение Пирсона

$$\frac{\partial \rho_z}{\partial Y} = \frac{Y + \tilde{a}_0}{\tilde{b}_2 Y^2 + \tilde{b}_1 Y + \tilde{b}_0} \rho_z(Y), \qquad (6)$$

где $\tilde{a}_0, \tilde{b}_0, \tilde{b}_1, \tilde{b}_2$ - параметры распределения, однозначно определяемые первыми четырьмя центральными моментами $m_j,\ j = \overline{1,4}$:

$$\tilde{a}_0 = b_1 \quad \tilde{b}_0 = \frac{C_1}{d} \quad \tilde{b}_1 = \frac{C_1}{d}, \quad \tilde{b}_2 = \frac{C_2}{d} \quad C_0 = -m_2\left(4m_2m_4 - 4m_3^2\right) \quad C_1 = -m_3\left(m_4 + 3m_2^2\right)$$

$$C_2 = -2m_2m_4 + 6m_2^3 + 3m_3^2 \quad d = 10m_2m_4 - 18m_2^3 - 12m_3^2.$$

$$m_{n+1} = -n\frac{C_0 m_{n-1} + C_1 m_n}{(n+2)C_2 + d} \qquad (7)$$

Система (5) для первых четырех моментов

$$\dot{m} = \sum_{n=0}^{4} a_n m_n + \sum_{n=0}^{4} u_n m_n + \sum_{n=0}^{4} r_n^{*} m_n$$

$$\dot{m}_2 = 2\sum_{n=0}^{4} a_n m_{n+1} + \sum_{n=0}^{4} b_n m_n + 2\sum_{n=0}^{4} u_n m_{n+1} + \sum_{n=0}^{4} r_n m_{n+2} \qquad (8)$$

$$\dot{m}_3 = 3\sum_{n=0}^{4} a_n m_{n+2} + 3\sum_{n=0}^{4} b_n m_{n+1} + 3\sum_{n=0}^{4} u_n m_{n+2} + \sum_{n=0}^{4} r_n m_{n+3}$$

$$\dot{m}_4 = 4\sum_{n=0}^{4} a_n m_{n+3} + 6\sum_{n=0}^{4} b_n m_{n+2} + 4\sum_{n=0}^{4} u_n m_{n+3} + \sum_{n=0}^{4} r_n m_{n+4}$$

$$m_n = \alpha_n m_3 + \beta_n m_4 \qquad n = \overline{5,8}$$

$$\dot{M} = A(M,t) + B(M,t)U(Y,t) \qquad (10)$$

где $A(M,t) = (\hat{a}_1 \quad \hat{a}_2 \quad \hat{a}_3 \quad \hat{a}_4)^T \quad A(M,t) = (\hat{a}_1 \quad \hat{a}_2 \quad \hat{a}_3 \quad \hat{a}_4)^T \quad i,j \in \overline{1,4}$

$$\hat{a}_1 = \left(a_0 + r_0^*\right)m_0 + \left(a_2 + r_2^*\right)m_2 + \left(a_3 + r_3^*\right)m_3 + \left(a_4 + r_4^*\right)m_4$$

$$\hat{a}_2 = b_0 m_0 + \left(2a_1 + b_2 + r_0\right)m_2 + \left(2a_2 + b_3 + r_1 + \left(2a_4 + r_3\right)\alpha_5 + r_4\alpha_6\right)m_3 + \left(2a_3 + b_4 + r_2 + \left(2a_4 + r_3\right)\beta_5 + r_4\beta_6\right)m_4$$

$$\hat{a}_3 = \left(3a_0 + 3b_1\right)m_2 + \left(3a_1 + 3b_2 + r_0 + \left(3a_3 + 3b_4 + r_2\right)\alpha_5 + \left(3a_4 + r_3\right)\alpha_6 + r_4\alpha_7\right)m_3 +$$
$$+ \left(3a_2 + 3b_3 + r_1 + \left(3a_2 + 3b_4 + r_2\right)\beta_5 + \left(3a_4 + r_3\right)\beta_6 + r_4\beta_7\right)m_4$$

$$\hat{a}_4 = 6b_0 m_2 + (4a_0 + 6b_1 + \left(4a_2 + 6b_3 + r_1\right)\alpha_5 + \left(4a_3 + 6b_4 + r_2\right)\alpha_6 + \left(4a_4 + r_3\right)\alpha_7 +$$
$$+ r_4\alpha_8)m_3 + \left(4a_1 + 6b_2 + r_0 + \left(4a_2 + 6b_3 + r_1\right)\beta_5 + \left(4a_3 + 6b_4 + r_2\right)\beta_6 + \left(4a_4 + r_3\right)\beta_7 + r_4\beta_8\right)m_4$$

$$B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & m_2 & m_3 & m_4 \\ 0 & 2m_2 & 2m_3 & 2m_4 & 2\left(m_3\alpha_5 + m_4\beta_5\right) \\ 3m_2 & 3m_3 & 3m_4 & 3\left(m_3\alpha_5 + m_4\beta_5\right) & 3\left(m_3\alpha_6 + m_4\beta_6\right) \\ 4m_3 & 4m_4 & 4\left(m_3\alpha_5 + m_4\beta_5\right) & 4\left(m_3\alpha_6 + m_4\beta_6\right) & 4\left(m_3\alpha_7 + m_4\beta_7\right) \end{pmatrix} \quad U = \left(u_0 \quad u_1 \quad u_2 \quad u_3 \quad u_4\right)^T$$

$$J = -\int_T \int_{M_*} \rho_z(M,Z,t)\,dM\,dt + \int_{t_0}^{T} U^2(M,t)\,dt \qquad (11)$$

Гамильтониан

$$H\left(M,U,\lambda,t\right)=-\int\limits_{M_*}\rho_Z\left(M,t\right)dM+U^2+\lambda^T\left[A+BU\right] \tag{12}$$

$$U=-\frac{1}{2}B^T\lambda \tag{13}$$

Двухточечная краевая задача

$$\dot{M}=A\left(M,t\right)-\frac{1}{2}B\left(M,t\right)B^T\left(M,t\right)\lambda$$

(14)

$$\dot{\lambda}=-\left[\frac{\partial}{\partial M}\int\limits_{M_*}\rho_Z\left(M,t\right)dM\right]^T-\frac{\partial}{\partial M}\left[A\left(M,t\right)-\frac{1}{2}B\left(M,t\right)B^T\left(M,t\right)\lambda\right]^T\lambda$$

$$M\left(t_0\right)=M_0,\qquad \lambda\left(t_k\right)=0$$

Решение двухточечной краевой задачи методом инвариантного погружения

$$\dot{\tilde{M}} = A(\tilde{M},t) - D\left[\frac{\partial}{\partial \tilde{M}} \int_{M_*} \rho_Z(\tilde{M},t)\, d\tilde{M}\right]^T$$

$$\dot{D} = \frac{\partial A(\tilde{M},t)}{\partial \tilde{M}} D + D\frac{\partial}{\partial \tilde{M}}\left[A(\tilde{M},t)\right]^T + \frac{1}{2}B(\tilde{M},t)B^T(\tilde{M},t) + D\frac{\partial}{\partial \tilde{M}}\left[\frac{\partial}{\partial \tilde{M}} \int_{M_*} \rho_Z(\tilde{M},t)\, d\tilde{M}\right]^T D \tag{15}$$

Приближенный вектор $\tilde{U}$

$$\tilde{U} = -D\left[\frac{\partial}{\partial \tilde{M}} \int_{M_*} \rho_Z(\tilde{M},t)\, d\tilde{M}\right]^T \tag{16}$$

Литература

- 1. Никифоров В. О. Адаптивное и робастное управление с компенсацией возмущений. − СПб: Наука 2003.
- 2. Первачев С.В., Перов А.И. Адаптивная фильтрация сообщений. М.: Радио и связь, 1991.
- 3. Тертычный-Даури В.Ю. Стохастическая механика. М.: Факториал Пресс, 2001.
- 4. Хуторцев В.В., Соколов С.В., Шевчук П.С. Современные принципы управления и фильтрации в стохастических системах. М.: Радио и связь, 2001.
- 5. Pogorelov, V.A., Sokolov, S.V. Solution to the problem of joint evaluation of the nonstationary model of GSP drift and the state vector of a navigation system. *Cosmic Res* **51,** 225–234 (2013). https://doi.org/10.1134/S0010952513030064
- 6. Pogorelov, V.A., Chub, E.G. & Yakovlev, K.Y. Modeling the motion of an uncompensated gyrostabilized platform in the Rodrigues-Hamilton parameters. *Russ. Aeronaut.* **55,** 315–319 (2012). https://doi.org/10.3103/S1068799812030154
- 7. Mit'kin, A. & Pogorelov, Vadim & Chub, E. (2015). Using the Pearson Distribution for Synthesis of the Suboptimal Algorithms for Filtering Multi-Dimensional Markov Processes. Radiophysics and Quantum Electronics. 58. 10.1007/s11141-015-9596-z.
- 8. Pogorelov, V.A. Application of information criteria to control the structurally uncertain navigation system of a reusable spacecraft. *Cosmic Res* **47,** 44–52 (2009). https://doi.org/10.1134/S0010952509010067.
- 9. Pogorelov, V.A. Multi-structural estimation of an integrated navigation system of a reusable spacecraft. *Cosmic Res* **46,** 238–243 (2008). https://doi.org/10.1134/S0010952508030076

Спасибо за внимание!