Численный метод нахождения математического ожидания решения дифференциального уравнения второго порядка

Задорожний В.Г. Воронежский государственный университет

Рассматривается дифференциальное уравнение второго порядка

$$x'' + a(t)x' + \varepsilon_1(t)x = \varepsilon_2(t).$$

Здесь a - заданная непрерывная на отрезке $[t_0, t_1] = T$ функция, $\varepsilon_1, \varepsilon_2$ - случайные процессы, заданные характеристическим функционалом [1, стр. 30]

$$\psi(u_1, u_2) = E[w], w = \exp(i \int_T (\varepsilon_1(s)u_1(s) + \varepsilon_2(s)u_2(s))ds),$$

u_1, u_2 – суммируемые функции из пространства $L_1(T)$ с нормой $\|u\|_1 = \int_T |u(t)|dt$, E обозначает математическое ожидание по функции распределения процессов $\varepsilon_1, \varepsilon_2$. Пусть заданы начальные условия

$$x(t_0) = x_0, x'(t_0) = x_1,$$

где x_0, x_1 – не зависящие от $\varepsilon_1, \varepsilon_2$ случайные величины. Вводится отображение $y(t, u_1, u_2) = E[xw]$. При этом $E[x(t)] = y(t, 0, 0)$.

Строится детерминированная задача Коши

$$\frac{\partial^2 y(t, u_1, u_2)}{\partial t^2} + a(t)\frac{\partial y(t, u_1, u_2)}{\partial t} - i\frac{\delta y(t, u_1, u_2)}{\delta u_1(t)} = -i\frac{\delta \psi(u_1, u_2)}{\delta u_2(t)},$$

$$y(t_0, u_1, u_2) = E[x_0]\psi(u_1, u_2), \frac{\partial y(t_0, u_1, u_2)}{\partial t} = E[x_1]\psi(u_1, u_2).$$

При этом уравнение содержит обычные и вариационные производные [1, стр. 14]. Предлагается численный метод нахождения решения полученной задачи, основанный на разностной аппроксимации уравнения.

Литература

1. Задорожний В.Г. Методы вариационного анализа/В.Г. Задорожний–М.-Ижевск: НИЦ РХД, 2000.–316 с.