Смородина Н.В. (ПОМИ РАН, Санкт-Петербург, Россия). **Резольвентные процессы.**

Пусть $w(t)$, $t \geqslant 0$ – стандартный винеровский процесс. Рассмотрим самосопряженный оператор

$$\mathcal{A} = -\frac{1}{2}\frac{d^2}{dx^2},$$

заданный на области определения $\mathcal{D}(\mathcal{A}) = W_2^2(\mathbb{R})$.

Известно, что помощью винеровского процесса строится вероятностное представление оператора $e^{-t\mathcal{A}}$, Именно, для $f \in L_2(\mathbb{R})$ справедливо

$$e^{-t\mathcal{A}}f(x) = \mathbf{E}f(x - w(t)) = \frac{1}{2\pi}(L_2)\lim_{M\to\infty}\mathbf{E}\int_{-M}^{M} e^{-ipx}e^{ipw(t)}\widehat{f}(p)\,dp.$$

Мы построим случайные процесс, дающие аналогичное представление, но не для экспоненты, а для резольвенты оператора $\mathcal{A}$. Именно, мы построим семейство $r_\lambda(t,x)$ комплекснозначных случайных процессов, параметризованных спектральным параметром $\lambda \in \mathbb{C}$, таких, что при каждом $t > 0$ выполнено $r_\lambda(t,\cdot) \in L_2(\mathbb{R})$ и при каждом $\lambda \in \mathbb{C} \setminus [0,\infty)$ и $f \in L_2(\mathbb{R})$ выполнено

$$\lim_{t\to\infty}\mathbf{E}f * r_\lambda = (\mathcal{A} - \lambda I)^{-1}f.$$

В случае, когда $\lambda \in [0,\infty)$ (то есть, когда $\lambda \in \sigma(\mathcal{A})$) последнее равенство выполнено для всех

$$f \in \mathcal{D}((\mathcal{A} - \lambda I)^{-1}).$$

При $a = \operatorname{Re}\lambda \leqslant 0$ положим

$$r_\lambda(t,x) = \int_0^t e^{\lambda\tau}\delta(x - w(\tau))\,d\tau,$$

где δ – дельта-функция Дирака. Заметим, что при $\lambda = 0$ случайный процесс $r_0(t,x)$ совпадает с процессом броуновского локального времени (см.[1], гл.1, §4).

В случае $a < 0$ положим

$$r_\lambda^\infty(x) = \lim_{t\to\infty} r_\lambda(t,x) = \int_0^\infty e^{\lambda\tau}\delta(x - w(\tau))\,d\tau.$$

В случае $a = \operatorname{Re}\lambda > 0$ положим

$$r_\lambda(t,x) = \int_0^t e^{\lambda\tau}\left(\delta(x - w(\tau)) - \frac{\sin(\sqrt{2a}(x - w(\tau)))}{\pi x}\right)d\tau$$
$$-\int_0^t e^{-\lambda\tau}\frac{\sin(\sqrt{2a}(x + iw(\tau)))}{\pi x}\,d\tau.$$

Теорема 1 *1. Пусть* $\operatorname{Re}\lambda < 0$. *Тогда для любого* $f \in L_2(\mathbb{R})$ *справедливо*

$$\mathbf{E}f * r_\lambda^\infty(x) = (\mathcal{A} - \lambda I)^{-1}f(x).$$

2. Пусть $\operatorname{Re}\lambda \geqslant 0$ *и* $\lambda \notin \sigma(\mathcal{A})$. *Тогда для любого* $f \in L_2(\mathbb{R})$ *справедливо*

$$(L_2)\lim_{t\to\infty}\mathbf{E}f * r_\lambda(t,x) = (\mathcal{A} - \lambda I)^{-1}f(x). \tag{1}$$

3. Пусть $\lambda \in \sigma(\mathcal{A})$. *Тогда для любого* $f \in \mathcal{D}(\mathcal{A} - \lambda I)^{-1}$ *справедливо (1).*

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *А. Н. Бородин, И. А. Ибрагимов.* “Предельные теоремы для функционалов от случайных блужданий”, *Тр. МИАН СССР,* **195** (1994), 3–286.